

ОЦІНКА НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ ВИМІРЮВАНЬ ПРОСТОРОВИХ ГАРМОНІК ЗОВНІШНЬОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ

О.В. Дегтярьов, Ю.В. Козлов, Ю.Є. Хорошайло, В.О. Луценко, М.В. Корбецький, В.М. Унгер

Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна

Анотація

У статті розглянуто методологію оцінки невизначеностей вимірювань магнітного дипольного моменту точковими методами просторового гармонічного аналізу. Проаналізовано вплив систематичних і випадкових похибок на точність вимірювань та запропоновано підхід до їх мінімізації. Розроблена модель оцінки невизначеностей базується на багаторазових спостереженнях, статистичному аналізі та використанні коефіцієнтів чутливості. Отримані результати дозволяють підвищити точність і відтворюваність вимірювань, що критично важливо для наукових досліджень, промислових застосувань та високотехнологічних галузей. Запропонована методологія сприяє гармонізації метрологічних стандартів, що регулюють вимірювання просторових гармонік зовнішніх магнітних полів. Використання підходу дозволяє адаптувати його до різних технічних об'єктів і забезпечити відповідність сучасним вимогам метрологічного забезпечення.

Ключові слова: магнітний дипольний момент, точковий метод, просторові гармоніки, невизначеність вимірювань, метрологічне забезпечення

1. Вступ

Магнітні вимірювання активно застосовуються в різних сферах науки та техніки, а їх використання постійно розширюється. Серед магнітних вимірювань значну роль мають вимірювання просторових гармонік зовнішніх магнітних полів технічних засобів – дипольної, квадрупольної, октупольної і т.д. складових. Окрім визначення інтенсивності магнітного поля, цей метод дозволяє отримати інформацію про просторову конфігурацію та структуру магнітного поля фізичних об'єктів. Серед просторових гармонік першочергове значення займає магнітний дипольний момент (M , $A \cdot m^2$). За ДСТУ ISO 80000-6:2016 "Величини та одиниці. Ч.6: Електромагнітні величини", магнітний дипольний момент - фізична величина, яка характеризує магнітні властивості об'єкта і визначає інтенсивність і напрямок створюваного цим об'єктом магнітного поля на віддалених відстанях. Вимірювання магнітного дипольного моменту є критичними у сфері матеріалознавства, нанотехнологій, магнітної безпеки, робототехніки. У сфері розробки електродвигунів, сенсорних систем, магнітних запам'ятовуючих пристроїв та медичних технологій (наприклад, магнітно-резонансної томографії) точне знання магнітного моменту критично важливе для оптимізації конструкцій та підвищення їх ефективності.

Актуальність питання оцінки невизначеностей вимірювань дипольного магнітного моменту зумовлена кількома ключовими факторами:

1) вдосконалення методології оцінювання точності вимірювань дипольного магнітного моменту точковими методами просторового гармонічного аналізу.

2) Вимірювання дипольного магнітного моменту часто проводяться в складних умовах, що пов'язані з впливом температурних, механічних та електромагнітних завад. Тому коректна оцінка невизначеності дозволяє забезпечити відповідність вимірювань міжнародним метрологічним стандартам.

Аналіз останніх досліджень і публікацій з цього питання підтверджує актуальність створення методології оцінки невизначеності вимірювань просторових гармонік зовнішнього магнітного поля. Так в роботі [1], де запропоновано метод вимірювання магнітного дипольного моменту об'єктів типу котушка оцінено тільки методичну складову похибки в 4 % без оцінки невизначеності вимірювань. Робота [2] висвітлює загальні питання оцінювання невизначеностей вимірювання магнітного дипольного моменту та підтверджує актуальність вдосконалення метрологічного забезпечення даної галузі вимірювань, але не дає методології для оцінки невизначеності непрямих вимірювань магнітного дипольного моменту. В роботі [3], що висвітлює питання підвищення точності вимірювань магнітного моменту малогабаритних супутників вказано забезпечення 2 % методичної похибки та загальностендова – 13%, але відомості про невизначеності вимірювань не наводяться. Таким чином, оцінка невизначеностей вимірювань магнітного моменту є актуальним завданням для науки, промисловості та високотехнологічних галузей, забезпечуючи точність, надійність та відтворюваність отриманих результатів.

Мета статті – вдосконалення національного метрологічного забезпечення магнітних вимірювань шляхом розробки методології оцінювання невизначеностей вимірювань просторових гармонік магнітного поля точковими магнітометричними методами.

2. Теоретичні основи методу вимірювання

Зовнішні магнітні поля струмів на великих відстанях порівняно з розмірами їхнього джерела набувають дипольного характеру. Для їхнього опису застосовується модель ексцентричного нахиленого магнітного диполя, теоретичне обґрунтування якої наведено в роботах [4, 5] у контексті зовнішнього магнітного поля об'єктів, що містять електро-радіообладнання. Магнітний потенціал такого джерела ЗМП можливо описати сферичним гармонічним рядом Гауса (1) у вигляді суми мультиполів просторових гармонік дипольної, квадрупольної, октупольної і т.д. складових:

$$U = -\frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R^{n+1}} \sum_{m=0}^n (g_{nm} \cos m\varphi + h_{nm} \sin m\varphi) \cdot P_n^m(\cos \theta), \quad (1)$$

де R, φ, θ – сферичні координати точки спостереження; g_{nm}, h_{nm} – коефіцієнти ряду, що визначають величини зональних, тесеральних та секторіальних гармонік мультипольних магнітних моментів, $[A \cdot m^{n+1}]$; n – порядковий номер просторової гармоніки ЗМП ряду Гауса; m – порядковий номер елементарного мультиполя n -ої гармоніки; $P_n^m(\cos \theta)$ – приєднані функції Лежандра.

Компоненти напруженості магнітного поля знаходяться диференціюванням потенціалу з виразу (1) за координатами R, φ, θ . Наприклад, поздовжня складова:

$$H_0 = -\frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \theta} = -\frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R^{n+2}} \sum_{m=0}^n (g_{nm} \cos m\varphi + h_{nm} \sin m\varphi) \cdot \frac{\partial P_n^m(\cos \theta)}{\partial \theta}. \quad (2)$$

Сутність запропонованого методу полягає в наступному. Пропонується індукційним датчиком в точках екваторіальної площини $\theta = 90^\circ$ зі значенням кутових координат $\varphi_i = (2i-1)45^\circ$, $\varphi_k = (2k-9)45^\circ$, де $i = 1 \dots 4$, $k = 5 \dots 8$ виконувати вимірювання сигналу U_i, mB , наведеного напруженістю магнітного поля (2). Результуючий сигнал U, mB дорівнює

$$U = \frac{8}{k_f R^3} g_{10} - \frac{4}{k_f} \sum_{n=5}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n (R_2 / R_1)^{3-n} - 1}{R^{n+2} (R_2^2 / R_1^2) - 1} \times \sum_{m=1}^n g_{nm} \cos m45^\circ \sin^3 m90^\circ \frac{\partial P_n^m(\theta = 90^\circ)}{\partial \theta}. \quad (3)$$

З виразу (3) виходить, що вимірюваний корисний сигнал U_1, mB , що відповідає поздовжньому магнітному моменту визначається виразом:

$$U \approx U_1 = \frac{8g_{10}}{k_f R^3}. \quad (4)$$

З виразу (4) виходить, що поздовжній магнітний момент джерела магнітного поля дорівнює

$$M = g_{10} = \frac{U k_f R^3}{8}. \quad (5)$$

3. Оцінка невизначеності вимірювань дипольної складової зовнішнього магнітного поля

Оцінимо для даного методу вимірювання величину поздовжнього магнітного дипольного моменту M джерела зовнішнього магнітного поля і пов'язану з ним стандартну та розширену невизначеність, зробивши багаторазові вимірювання корисного сигналу (U_i, mB) (табл. 1) та відстані R від геометричного центру джерела ВМП до датчика.

Таблиця 1 – Результати багаторазових спостережень корисного сигналу, U, mB

$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$	$i=6$	$i=7$	$i=8$
10,67	10,68	10,68	10,66	10,66	10,67	10,67	10,66
$i=9$	$i=10$	$i=11$	$i=12$	$i=13$	$i=14$	$i=15$	$i=16$
10,35	10,66	10,68	10,66	10,65	10,66	10,67	10,67

Таблиця 2 – Результати багаторазових спостережень відстані R_{ind} (геометричний центр координат – первинний вимірювальний перетворювач), мм

$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$	$i=6$	$i=7$	$i=8$
500	501	500	500	499	500	501	500
$i=9$	$i=10$	$i=11$	$i=12$	$i=13$	$i=14$	$i=15$	$i=16$
501	499	499	500	499	501	500	500

Попередньо із спостережень виключені грубі похибки і промахи і внесені поправки на систематичні ефекти.

1. Складаємо специфікацію вимірювань:

а) умови вимірювань: нормальні лабораторні;

б) аналіз технічних показників: для вимірювання корисного сигналу використовують цифровий вольтметр UNI-T UT632. Для вимірювання відстані R використовується штрихова міра довжини. Давач – індукційний перетворювач (коефіцієнт перетворення $k_f = 6 \pm 10^{-3} A / mB$);

в) складаємо модельне рівняння:

$$M = \frac{1}{8} k_f \cdot U_{ind} \cdot R_{ind}^3. \quad (6)$$

г) кореляція: жодна з вхідних величин не є корельованою з іншими якоюсь значною мірою.

2. Визначимо середнє арифметичне результатів багаторазових спостережень корисного сигналу за формулою:

$$\bar{U}_{ind} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} \hat{U}_{ind i} = 10,67 mB.$$

Визначимо стандартне відхилення спостережень корисного сигналу за формулою:

$$s(\hat{U}_{ind}) = 0,01 \text{ мВ}$$

та стандартну невизначеність оцінки результату вимірювання корисного сигналу за формулою

$$s(\bar{U}_{ind}) = \frac{0,01}{\sqrt{16}} = 0,0025 \text{ В}.$$

3. Визначимо середнє арифметичне результатів багаторазових спостережень відстані від центру координат до давача:

$$\bar{R}_{ind} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} \hat{R}_{ind i} = 500 \text{ мм}.$$

Визначимо стандартне відхилення спостережень відстані від центру координат до давача:

$$s(\hat{R}_{ind}) = 0,73 \text{ мм}$$

та стандартну невизначеність оцінки результату вимірювання відстані від центру координат до давача:

$$s(\bar{R}_{ind}) = \frac{0,73}{\sqrt{16}} = 0,18 \text{ мм}.$$

4. Знаходимо стандартні невизначеності інших оцінок вхідних величин за типом В.

Вважаючи, що в межах похибки розподілені рівномірно, знаходимо

$$u(k_f) = \frac{0,001}{\sqrt{3}} = 6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{А}}{\text{мВ}}.$$

5. Визначимо значення коефіцієнтів чутливості c_i як часткові похідні модельного рівняння (6) за вхідними величинами відповідно до виразу (7)

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \bigg|_{x_1, x_2, \dots, x_m}; \quad (7)$$

$$c(\bar{V}_{ind}) = \frac{1}{8} \hat{k}_f \bar{R}^3 = 0,094 \frac{\text{Ам}^2}{\text{В}};$$

$$c(\bar{R}_{ind}) = \frac{3}{8} \hat{k}_f \bar{V} \bar{R}^2 = 6 \text{ Ам};$$

$$c(\hat{k}_f) = \frac{1}{8} \bar{R}^3 \bar{V} = 0,1667 \text{ Вм}^3.$$

Складаємо бюджет невизначеності (табл. 3).

Таблиця 3 - Бюджет невизначеності вимірювання магнітного дипольного моменту

Вхідна величина	Оцінка вхідної величини	Стандартна невизначеність	Число ступенів свободи	Розподіл ймовірності вхідної величини	Коефіцієнт чутливості	Внесок невизначеності, $\text{А} \cdot \text{м}^2$
U_{ind}	10,67 мВ	0,0025 мВ	15	закон нормальний	$0,094 \frac{\text{Ам}^2}{\text{В}}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$
R_{ind}	500 мм	0,18 мм	15	закон нормальний	6 Ам	$1,1 \cdot 10^{-3}$
k_f	$6 \frac{\text{А}}{\text{мВ}}$	$6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{А}}{\text{мВ}}$	∞	закон рівномірний	$0,1667 \text{ Вм}^3$	10^{-4}
M	$1,01 \text{ Ам}^2$	$1,1 \cdot 10^{-3} \text{ Ам}^2$	—	—	—	—

6. Знаходимо сумарну невизначеність оцінки осьового магнітного моменту. Зважаючи на нелінійність моделі, сумарну невизначеність знаходимо з урахуванням вищих членів ряду Тейлора за формулою:

$$u_c(M) = \left(\left(\sum_{i=1}^3 c_i^2 u^2(x_i) + \sum_{i,j=1}^3 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j^2} \right) \right) \right)^{1/2}.$$

$$\begin{aligned} & \cdot u^2(x_i) u^2(x_j))^2)^{1/2} = \\ & \left[c^2(\bar{V}_{ind}) u^2(\bar{V}_{ind}) + c^2(\bar{R}_{ind}) u^2(\bar{R}_{ind}) + c^2(\hat{k}_f) u^2(\hat{k}_f) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial^2 M_z}{\partial V^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 M_z}{\partial R^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 M_z}{\partial k_f^2} \right)^2 + \dots \right) \right]^{1/2} = \\ & = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ Ам}^2. \end{aligned}$$

7. Знаходимо оцінку вимірюваної величини. Зважаючи на нелінійність моделі, оцінку вимірюваної величини проводимо за формулою (8)

$$\bar{M} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(U_{1,k}, R_{1,k}) = \frac{1}{16} \sum_{k=1}^{16} f(U_{1,k}, R_{1,k}) = 1,01 \text{ Ам}^2. \quad (8)$$

8. Визначаємо стандартну невизначеність типу А непрямого вимірювання у за формулою

$$\begin{aligned} u_a(M) &= \sqrt{\sum_{k=1}^n \frac{(M_k - \bar{M})^2}{n(n-1)}} = \\ &= \sqrt{\sum_{k=1}^{16} \frac{(M_k - \bar{M})^2}{240}} = 0,96 \cdot 10^{-3} \text{ Ам}^2. \end{aligned}$$

9. Розрахуємо коефіцієнт охоплення:

$$k = t_{0,95}(v_{eff}).$$

Ефективна кількість ступенів свободи

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^m \frac{u^4(y_i)}{v_i}} =$$

$$= \frac{u_c^4}{\left(\frac{(u(\bar{U})c(\bar{U}))^4}{v_i} + \frac{(u(\bar{R})c(\bar{R}))^4}{v_i} \right) + \frac{(u(\hat{k}_f)c(\hat{k}_f))^4}{\infty}} =$$

$$= 15 \frac{(1,1 \cdot 10^{-3})^4}{(u(\bar{V})c(\bar{V}))^4 + (u(\bar{R})c(\bar{R}))^4} = 14,92 \approx 15.$$

4. Висновки

1) Розроблена методологія оцінки невизначеності вимірювань магнітного дипольного моменту точковими методами просторового гармонічного аналізу. Запропонований підхід може бути застосований для оцінки невизначеностей існуючих та перспективних методів.

2) Результати сприяють гармонізації вимірювальних стандартів у галузі магнітних вимірювань та дозволяють покращити їхню відповідність міжнародним метрологічним нормам.

10. Знаходимо розширену невизначеність

$$U = k u_c(\hat{M}_z) = t_{0,95}(15) \cdot 1,1 \cdot 10^{-3} =$$

$$= 2,13 \cdot 1,1 \cdot 10^{-3} = 2,34 \cdot 10^{-3} \text{ Ам}^2.$$

11. Записуємо результат вимірювання у вигляді

$$M_z = (1,010 \pm 0,002) \text{ Ам}^2, p = 0,95.$$

Таким чином, розроблено методіку оцінювання невизначеності вимірювань магнітного дипольного моменту за допомогою точкових методів просторового гармонічного аналізу. Запропонований підхід придатний для аналізу невизначеностей як чинних, так і перспективних методів.

3) Запропонований підхід підвищує точність та відтворюваність результатів вимірювань, що є критично важливим для наукових досліджень, промислових застосувань і високотехнологічних галузей.

4) Запровадження концепції невизначеності у вітчизняну метрологічну практику дозволить підвищити якість вимірювань та сприятиме розвитку точних магнітних досліджень.

References

1. Moschitta A. Accurate Estimation of a Coil Magnetic Dipole Moment // *2017 IEEE International Workshop on Measurement and Networking (M&N)*. Naples, 2017. doi: 10.48550/arXiv.1710.07054.
2. Govind B., Misra D.K., Khanna S.P., Kumar A., Bano S. Errors in Measurement of Magnetic Field and Magnetic Moment with its Associated Uncertainty // *Recent Advances in Metrology*. – 2023. – January. – P. 157-165. doi: 10.1007/978-981-19-2468-2_18.
3. Monguiló S., Alejandro. Magnetic Moment Characterization for Small Satellites. – 2021-10-18. – 96 p.
4. Лупіков В.С. Теоретичне обґрунтування об'єднаної дипольної моделі зовнішнього магнітного поля електрообладнання // *Бюлетень Національного університету «ХП»*. – 2001. – Т. 17. – С. 95-102.
5. Лупіков В.С. Магнітний момент як функція параметрів джерела магнітного поля різних видів електрообладнання // *Вісник Нац. техн. ун-ту «ХП»*: зб. наук. пр. – Темат. вип.: Проблеми вдосконалення електричних машин та апаратів. – Харків: НТУ «ХП», 2008. – № 25. – С. 67-80.

Надійшла 02.02.2025

Прийнята до друку 04.04.2025

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ/ABOUTTHEAUTHORS

Дегтярьов Олександр Валентинович – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційно-вимірювальних технологій, Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків, Україна; e-mail: oleksandr.degtyarov@nure.ua, ORCID: 0000-00002-3187-1621.

Oleksandr Degtyarov – PhD, associate professor of Information and Measurement Technology Department of Kharkiv National University of Radio Electronics; Kharkiv, Ukraine; e-mail: oleksandr.degtyarov@nure.ua, ORCID: 0000-00002-3187-1621.

Козлов Юрій – кандидат технічних наук, доцент кафедри інформаційно-вимірювальних технологій, Харківський національний університет радіоелектроніки, e-mail: yurii.kozlov@nure.ua, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6165-4978

Kozlov Yurii – PhD, Associate Professor of IMT Department, Kharkiv National University of Radio Electronics, e-mail: yurii.kozlov@nure.ua, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6165-4978

Хорошайло Юрій Євгенович – к.т.н., доцент, завідувач кафедри проектування та експлуатації електронних апаратів, Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків, Україна; e-mail: yurii.khoroshailo@nure.ua, ORCID: 0000-0002-4239-4357.

Iurii Khoroshailo – DSc, Head of Design and Operation of Electronic Devices Department of Kharkiv National University of Radio Electronics; Kharkiv, Ukraine; e-mail: yurii.khoroshailo@nure.ua, ORCID: 0000-0002-4239-4357.

Луценко Віктор Олександрович – аспірант кафедри інформаційно-вимірювальних технологій, Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків, Україна; e-mail: viktor.lutsenko@nure.ua, ORCID: 0000-0003-0491-3280.

Lutsenko Viktor – postgraduate student of IMT Department, Kharkiv National University of Radio Electronics; Kharkiv, Ukraine; e-mail: viktor.lutsenko@nure.ua, ORCID: 0000-0003-0491-3280.

Корбецький Максим Вікторович – аспірант кафедри інформаційно-вимірювальних технологій, Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків, Україна; e-mail: maksym.korbetskyi@nure.ua, ORCID: 0009-0002-6116-2479.

Maksym Korbetskyi – postgraduate student of IMT Department of Kharkiv National University of Radio Electronics; Kharkiv, Ukraine; e-mail: maksym.korbetskyi@nure.ua, ORCID: 0009-0002-6116-2479.

Унгер Віктор Миколайович – аспірант кафедри інформаційно-вимірювальних технологій, Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків, Україна; e-mail: viktor.unher@nure.ua, ORCID: 0009-0003-6170-4036.

Unger Viktor – postgraduate student of IMT Department, Kharkiv National University of Radio Electronics; Kharkiv, Ukraine; e-mail: viktor.unher@nure.ua, ORCID: 0009-0003-6170-4036.

Measurements uncertainty evaluation of spatial harmonics of an external magnetic field

O.V. Degtiarov, Yu.V. Kozlov, Yu.E. Khoroshailo, V.O. Lutsenko, M.V. Korbetskyi, V.M. Unger

Abstract

The article considers the methodology for estimating uncertainties in magnetic dipole moment measurements using point methods of spatial harmonic analysis. The influence of systematic and random errors on the accuracy of measurements is analyzed and an approach to their minimization is proposed. The developed uncertainty estimation model is based on multiple observations, statistical analysis, and the use of sensitivity coefficients. The results obtained allow to increase the accuracy and reproducibility of measurements, which is critically important for scientific research, industrial applications, and high-tech industries. The proposed methodology contributes to the harmonization of metrological standards governing measurements of spatial harmonics of external magnetic fields. The use of the approach allows it to be adapted to various technical objects and to ensure compliance with modern metrological requirements.

Key words: magnetic dipole moment, point method, spatial harmonics, measurement uncertainty, metrological assurance